*Họ và tên: Phạm Thị Mến*

*Lớp k57- Hải dương học*

*BÀI TẬP HẾT MÔN*

***Đề bài:*** *Cho phương trình sóng P. Giải bài toán tìm mode dao động sóng với c(z) như sau: c(0)= 1500, c(1000)=1450, (c(z) là hàm vận tốc truyền sóng tuyến tính theo độ sâu, có 1 lớp bùn dày 2m có vận tốc truyền sóng của đáy là 1450 m/s), mật độ ρ = 1.02 , tần số f= 1000(Hz)*

*Tính k và các mode dao độngtương ứng với 5 mode lớn nhất.*

***Bài làm:***

1. **Cơ sở lý thuyết:**



-Giải bài toán bằng phương pháp sai phân hữu hạn.

Ta có pt sóng dạng:

$$\left(∇^{2}-\frac{1}{\left.c^{2}(z\right)}\frac{∂^{2}}{∂t^{2}}\right)p=0$$

Các điều kiện biên: Điều kiện liên tục

 Mặt hở : P­(­0)=0

 Đáy cứng : 

Nhìnvào hình vẽ trên: âm được truyền đi không liên tục mà bị đứt đoạn tại nơi mà phân cách hai môi trường khác nhau.

Pt sóng âm có dạng:



Trong đó P(r,z,t) là áp suất âm thanh phụ thuộc vào r, z, t. s(t) là điểm nguồn. *p*(z) là mật độ, c(z) tốc độ.

Giả sử



s(t) =**e-iwt(2.3)**

p(r,z,t)=p(r,z)e-iwt**(2.4)**

phương trình sóng trở thành:



Với:



Ta được:



Hai thành phần trong dấu ngoặc vuông lần lượt là hàm của r và z. Do đó cách duy nhất để phương trình thỏa mãn là nếu mỗi thành phần bằng một hằng số (k2) được nhận từ phương trình



Khi các mode trực giao :



Giả sử các mode được chia theobậc ta có:



Với điều này thì ta được:



P(r,z,t)$=\sum\_{m=1}^{\infty }Rm\left(r\right)Zm\left(z\right)e$iwt

Từ (2.7) ta có:

$$\frac{d^{2}P\_{m}\left(z\right)}{dz^{2}}+\left[\frac{ω^{2}}{c^{2}\left(z\right)}-k\_{H,m}^{2}\right]P\_{m}\left(z\right)=0$$

Triển khai dãy Taylor của P:

$$P\_{j+1}=P\_{j}+P\_{j}^{'}h+P\_{j}^{''}\frac{h^{2}}{2!}++P\_{j}^{\left(3\right)}\frac{h^{3}}{3!}+...$$

Loạibỏcácvôcùngbébậccao ta có:

$$\left.P\_{j}^{'}=\frac{P\_{j+1}-P\_{j}}{h}-P\_{j}^{''}\frac{h}{2}+O(h^{2}\right)$$

Tương tự ta có: Pj’= ((Pj-Pj-1)/h) =Pj’’$\frac{h}{2}$+O(h2)

Cuối cùng: ( (Pj’’=Pj-1-2Pj+Pj+1)/h2)+O(h2)

Viết lại phương trình P’’thu được ở trên:

Pj-1+(-2+h2(w2/c2j  -k2))Pj+Pj+1=0

Viết dưới dạng ma trận A(k2)P=0 hay (B-Ik2)P=0

$$P=\left[\begin{matrix}P\_{1}\\P\_{2}\\P\_{3}\\.....\\P\_{N-2}\\P\_{N-1}\\P\_{N}\end{matrix}\right]$$

$$A=\left[\begin{matrix}d\_{0}&e\_{0}&&&&&\\g\_{1}&d\_{1}&e\_{1}&&&&\\&g\_{2}&d\_{2}&e\_{2}&&&\\&&...&...&...&&\\&&&g\_{N-2}&d\_{N-2}&e\_{N-2}&\\&&&&g\_{N-1}&d\_{N-1}&g\_{N-1}\\&&&&&g\_{N}&d\_{N}\end{matrix}\right]$$

$$g\_{0}$$

$$e\_{N}$$

$$d\_{i}=\frac{-2+h^{2}\left(\frac{ω^{2}}{c^{2}}-k^{2}\right)}{hρ}=\frac{-2+h^{2}\frac{ω^{2}}{c^{2}}}{hρ}-\frac{k^{2}}{hρ}$$

$$e\_{i}=1/hρ$$

$$g\_{i}=1/hρ$$

Nghiệm N là vector riêng v tương ứng với mỗi giá trị riêng k

1. **Phương trình tính toán sử dụng phần mềm MATLAB**

Chương trình:

function ffsong()

 close all;

 dh=.1; % buoc luoi

 ro=1.02; % mat do

 f=5500; % tan so

 D=100; % do sau

 c=1500; % van toc c

 N=ceil(D/dh); % N la so nut song-lay phan nguyen

 clf;

 c=linspace(1500,1450,N); % ham tuyen tinh theo do sau

 z=dh:dh:D; % khoang chia do sau

 % giai voi dieu kien bien tren 1

 %

 A=make\_model(dh,c,f,N); % A la ma tran

 [V,K]=SolveEigsA(A); % V-ham rieng, K-tri rieng

 figure(1);

 % ve van toc c

 subplot(1,6,1); % 1- so hang, 6-so cot, 1-vi tri 1

 plot(c,dh:dh:D,'r'); % ham chuan hoa cho lenh ben tren

 view(0,-90); % lenh lat nguoc hinh ve

 subplot(1,6,2);

 plot(V(:,1),dh:dh:D,'g');

 view(0,-90);

 subplot(1,6,3);

 plot(V(:,2),dh:dh:D,'b');

 view(0,-90);

 subplot(1,6,4);

 plot(V(:,3),dh:dh:D,'c');

 view(0,-90);

 subplot(1,6,5);

 plot(V(:,4),dh:dh:D,'y');

 view(0,-90);

 subplot(1,6,6);

 plot(V(:,5),dh:dh:D,'k');

 view(0,-90);

 hold on;

 [ K(:) ];

 % tinh truong song

 mode =5;

 r = 100:1:1000;

 r=r\*1e3;

 zSource = ceil(D/dh/(5/3));

 Pzr=Pressure(K(1:mode),V(:,1:mode),r,zSource);

 [zz rr]=meshgrid(z,r);

 figure(2);

 surface(rr,zz,abs(Pzr'));

 shading interp

 colorbar;

function A = make\_model(dh,c,f,N)

 g=ones(1,N-1);

 omega=2\*pi()\*f;

 d=-2+dh.^2.\*omega^2./c.^2.\*ones(1,N);

 A=diag(d) + diag(g,1) + diag(g,-1);

 A(1,2)=0.5;

function [V,K]=SolveEigsA(A)

 [V,K]=eig(A);

 %chuan hoa vec to V

 a=V(1,:);

 b=abs(V(1,:));

 dau=a.\*b.^(-1);

 dau=diag(dau);

 V=V\*dau;

 K=diag(K);

 [K, index]=sort(K);

 index=flipud(index);

 K=flipud(K);

 % khong can dua ra ket qua

 K=sqrt(K);

 %V=fliplr(V);

function [V,K]=SolveEigsA(A)

 [V,K]=eigs(sparse(A),50,'lm');

 K=diag(K);

 K=sqrt(K);

%

function Pzr=Pressure(K,V,r,zSource);

 Pzk = V\*diag(V(zSource,:));

 Pkr = K(:)\*reshape(r,1,length(r));

 Pkr = exp(i\*Pkr)./sqrt(Pkr);

 Pzr = Pzk\*Pkr \*i\*exp(i\*pi()/4)/sqrt(8\*pi);

III. Kết quả

1. Giá trị riêng k: 2.3807; 2.3788; 2.3772; 2.3757; 2.3744
2. Các đồ thị

Hình 1.



Hình 2.



Nhận xét:

Nhìn vào đồ thị ta thấy hoạt động của sóng ở đáy biến thiên do sự thay đổi của pha dao động. Dưới tác động của mật độ và tính chất môi trường nước biển, năng lượng tập trung chủ yếu ở đáy.