**Họ và tên: Đoàn Thị Linh; Msv: 12000482**

**Bài tập: Tính toán trường song biến đổi theo độ sâu**

Đề bài: Cho phương trình sóng giải bài toán tìm mode dao động sóng (tìm P trong phương trình P(z)). Với c(z): c(o)=1500, c(1000)=1450 ( c là hàm tuyến tính theo độ sâu. Mật độ ρo=1.02. Tìm K, các mode dao động tương ứng với 5 mode lớn nhất.

Bài làm:

I**; Sử dụng phương pháp toán học**

Phương trình sóng trong hải dương học

$$\left(∇^{2}-\frac{1}{c^{2}(z)}\frac{∂^{2}}{∂t^{2}}\right)p=0 (1)$$

Tìm được nghiệm p dưới dạng:

 $p\left(r,z,t\right)=\sum\_{m=1}^{\infty }Q\_{m}\left(r\right)P\_{m}(z)e^{iωt}$

Q là thành phần theo r, e là thành phần theo thời gian.

P là hàm theo độ sâu. Phương trình của P có dạng:

$$ρ\_{0}\left(z\right)\frac{d}{dz}\left[\frac{1}{ρ\_{0}\left(z\right)}\frac{dP\_{m}\left(z\right)}{dz}\right]+ \left[\frac{ω^{2}}{c^{2}\left(z\right)}- k\_{H,m}^{2}\right]P\_{m}\left(z\right)= 0 (2)$$

ρ0 là mật độ nước biển, ω = 2πf với f là tần số nên ω là tần số góc , c là vận tốc truyền sóng, k là số sóng

P là một biến cần tìm trong phương trình (2). Để tìm được P ta dùng phương pháp sai phân hữu hạn

Theo đề bài thì $ρ\_{0}=1.02$ nên phương trình (2) có dạng sau

$$\frac{d^{2}P\_{m}(z)}{dz^{2}}+ \left[\frac{ω^{2}}{c^{2}\left(z\right)}- k\right]P\_{m}\left(z\right)=0 (3)$$

Sử dụng khai triển Taylor và loại bỏ những biến vô cùng bé bậc cao ta có

$$\left\{\begin{array}{c}P\_{i+1}=P\_{i}+hP\_{i}^{'}+\frac{h^{2}}{2}P\_{i}^{''}\\P\_{i-1}=P\_{i}-hP\_{i}^{'}+\frac{h^{2}}{2}P\_{i}^{''}\end{array}\right. (4)$$

Ta được

$$P\_{i}^{''}=\frac{P\_{i+1}+P\_{i-1}-2P\_{i}}{h^{2}} (5)$$

Thay (5) vào (3) ta nhận được phương trình sau

$$\frac{P\_{i+1}+P\_{i-1}-2P\_{i}}{h^{2}}+ \left(\frac{ω^{2}}{c^{2}}- k^{2}\right)P=0 (6)$$

Phương trình (6) là phương trình với các điểm không biển

Đối với các điểm tại đáy thì điều kiện biên đáy cứng là

$$\frac{dP\_{N}}{dz}=0 $$

Từ phương trình (4) ta có

$$P\_{i+1}=P\_{i}+hP\_{i}^{'}$$

* $P\_{i}^{'}=P\_{i-1}^{'}+hP\_{i-1}^{''}$
* $P\_{i-1}^{''}=\frac{P\_{i}^{'}-P\_{i-1}^{'}}{h} $

Ta có

$$\frac{d^{2}P\_{N}}{dz^{2}}= \frac{-\frac{dP\_{N-1}}{dz}+ \frac{dP\_{N}}{dz}}{h}= \frac{-\frac{dP\_{N-1}}{dz}}{h}= -\frac{P\_{N}-P\_{N-1}}{h^{2}}$$

Phương trình với các điểm trên biên cứng (biên đáy) là

$\frac{1}{h^{2}}P\_{N-1}+ \left(-\frac{1}{h^{2}}+ \frac{ω^{2}}{c^{2}}-k\right)P\_{N}=0 (7$)

Tại các biên hở thì áp suất tai đó bằng không nên chúng ta có thể loại bỏ hàng đầu tiên của ma trận A

Viết thành dạng ma trận $\left(A-k^{2}I\right)P=0$

$$A= \left[\begin{matrix}\begin{matrix}d\_{0}\\g\_{1}\\\begin{matrix}0\\.\\\begin{matrix}0\\0\\0\end{matrix}\end{matrix}\end{matrix}&\begin{matrix}e\_{0}\\d\_{1}\\\begin{matrix}g\_{2}\\.\\\begin{matrix}0\\0\\0\end{matrix}\end{matrix}\end{matrix}&\begin{matrix}\begin{matrix}0\\e\_{1}\\\begin{matrix}d\_{2}\\.\\\begin{matrix}g\_{N-2}\\0\\0\end{matrix}\end{matrix}\end{matrix}&\begin{matrix}0\\0\\\begin{matrix}e\_{2}\\.\\\begin{matrix}d\_{N-2}\\g\_{N-1}\\0\end{matrix}\end{matrix}\end{matrix}&\begin{matrix}\begin{matrix}0\\0\\\begin{matrix}0\\.\\\begin{matrix}e\_{N-2}\\d\_{N-1}\\g\_{N}\end{matrix}\end{matrix}\end{matrix}&\begin{matrix}0\\0\\\begin{matrix}0\\.\\\begin{matrix}0\\e\_{N-1}\\d\_{N}\end{matrix}\end{matrix}\end{matrix}\end{matrix}\end{matrix}\end{matrix}\right] P=\left[\begin{matrix}P\_{1}\\P\_{2}\\\begin{matrix}P\_{3}\\…\\\begin{matrix}P\_{N-2}\\P\_{N-1}\\P\_{N}\end{matrix}\end{matrix}\end{matrix}\right]$$

$$d= -\frac{2}{h^{2}}+\frac{ω^{2}}{k^{2}} , e=\frac{1}{h^{2}} , g=\frac{1}{h^{2}}$$

Bài toán bây giờ trở thành bài toán tìm hàm riêng trị riêng. Nghiệm là N vector riêng V tương ứng với mỗi giá trị riêng K.

Bài toán này được giải trên ngôn ngữ lập trình Matlab

**II; Chương trình Matlab giải bài toán**

|  |  |
| --- | --- |
| function ftsong() |  |
|  close all; |  |
|  dh=10; ro=1.02; f=5500; D=1000; c=1500; |  |
|  N=ceil(D/dh); | N nút lưới |
|  c=linspace(1500,1450,N); | C là tốc độ truyền âm biến đổi tuyến tính từ mặt xuống đáy |
|  clf; |  |
|  z=dh:dh:D; | Lệnh xóa hình trước đó |
|  figure(1); A=make\_model(dh,c,f,N); |  |
|  [V,K]=SolveEigsA(A); | Tính các vector riêng và các giá trị riêng của ma trận A |
| for i=1:N; V(i,1:5)=V(i,1:5)\*(V(i,1:5)/(abs(V(i,1:5))))end;figure(1); subplot(1,6,1); plot(c,dh:dh:D); view(0,-90); subplot(1,6,2); plot(V(:,1),dh:dh:D); view(0,-90); subplot(1,6,3); plot(V(:,2),dh:dh:D); view(0,-90); subplot(1,6,4); plot(V(:,3),dh:dh:D); view(0,-90); subplot(1,6,5); plot(V(:,4),dh:dh:D); view(0,-90); hold on; %vector tri rieng [K(:)];  | Vòng lặp để chuẩn hóa VTạo các trục với 1 hàng và 6 cột có được 6 ô, chon ô thứ 1 để vẽ đồ thịVẽ đồ thị với giá trị V(tất cả các hàng và cột từ 1->5) theo độ sâu zTuong tự với các ô còn lạiXuất giá trị riêng K  |
| % tinh truong song |  |
|  mode =5; r = 100:1:1000; r=r\*1e3; zSource = ceil(D/dh/(10/6)); Pzr=Pressure(K(1:mode),V(:,1:mode),r,zSource); [zz rr]=meshgrid(z,r); figure(2); surface(rr,zz,abs(Pzr')); shading interp; colorbar; |  |
| function A = make\_model (adh,c,f,N); g=ones(1,N-1); omega=2\*pi()\*f; d=-2+adh.^2.\*omega^2./c.^2.\*ones(1,N); A=diag(d) + diag(g,1) + diag(g,-1); | Tạo ma trận A theo adh,c,f,NTạo một ma trận g mà các phân tử là 1, với 1 hàng và N-1 cộtTạo ma trận dTạo ma trận mới A = diag(d) các phần tử của vector d nằm trên đường chéo chính+diag(g,1) các phần tử vector g nằm phía trên đường chéo chính + diag(g,-1) các phần tử của vector g nằm phía dưới đường chéo chính |
| function [V,K]=SolveEigA(A); [V,K]=eig(A); K=diag(K); [K, index]=sort(K); index=flipud(index); K=flipud(K); K=sqrt(K); | Tính các vector riêng và các giá trị riêngTạo ma trận K với các phân tử của K nằm trên đường chéo chínhSắp xếp ma trận theo thứ tự tăng dầnNghịch đảo ma trận K theo thứ tứ hàng ngược lại |
| function [V,K]=SolveEigsA(A) [V,K]=eigs(sparse(A),50,'lm') K=diag(K); K=sqrt(K); | Những ma trận lớn có nhiều phần tử 0 (ma trận thưa) có thể được lập thành bởi lệnh sparse |
| function Pzr=Pressure(K,V,r,zSource); Pzk = V\*diag(V(zSource,:)); Pkr = K(:)\*reshape(r,1,length(r)); Pkr = exp(i\*Pkr)./sqrt(Pkr); Pzr = Pzk\*Pkr \*i\*exp(i\*pi()/4)/sqrt(8\*pi); |  |

Giá trị các phần tử của A

|  |  |
| --- | --- |
| Các phẩn tử của A ở sát mặt | Các phần tử của A ở sát đáy |
| 0.0001 0.0001 0 0 0 0 0 0 00.0001 5.3110 0.0001 0 0 0 0 0 00 0.0001 5.3146 0.0001 0 0 0 0 00 0 0.0001 5.3182 0.0001 0 0 0 00 0 0 0.0001 5.3218 0.0001 0 0 00 0 0 0 0.0001 5.3254 0.0001 0 00 0 0 0 0 0.0001 5.3290 0.0001 00 0 0 0 0 0 0.0001 5.3326 0.00010 0 0 0 0 0 0 0.0001 5.33620 0 0 0 0 0 0 0 0.0001 | 5.6444 0.0001 0 0 0 0 0 0 00.0001 5.6483 0.0001 0 0 0 0 0 00 0.0001 5.6522 0.0001 0 0 0 0 00 0 0.0001 5.6561 0.0001 0 0 0 00 0 0 0.0001 5.6601 0.0001 0 0 00 0 0 0 0.0001 5.6640 0.0001 0 00 0 0 0 0 0.0001 5.6680 0.0001 00 0 0 0 0 0 0.0001 5.6719 0.00010 0 0 0 0 0 0 0.0001 5.67590 0 0 0 0 0 0 0 0.0001 |

Giá trị K thu được

K =

|  |  |
| --- | --- |
| Sát mặt | Sát đáy |
| 238.3236238.2405238.1576238.0747237.9919237.9092 | 234.7261234.6456234.5651234.4847234.4044234.3241 |



Hình 1: tốc độ truyền âm và các mode sóng

Nhận xét: nhìn vào hình vẽ ta thấy, năng lượng sóng âm có sự thay đổi mạnh ở sát đáy, càng lên mặt thì độ ổn định càng được bản tồn. Giá trị K thay giảm từ mặt xuống đáy nhưng thay đổi rất chậm, và của A tăng từ mặt xuống đáy