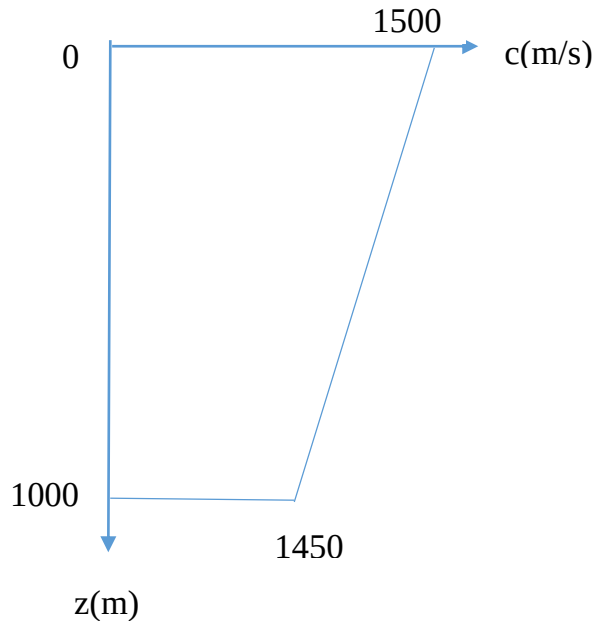


Họ và tên: Đỗ Thị Thơm
Lớp: K57 Hải Dương Học
Ngày sinh: 27/2/1993
Mã Sv: 12000842

MÔN PHƯƠNG PHÁP SỐ TRONG HDH

Đề bài: Cho phương trình sóng giải bài toán tìm mode dao động sóng (tìm P trong phương trình $P(z)$). Với $c(z)$: $c(0)=1500$, $c(1000)=1450$ (c là hàm tuyến tính theo độ sâu) như hình vẽ. Mật độ $\rho_0=1.02$. Tìm K, các mode dao động tương ứng với 5 mode lớn nhất.



Các bước thực hiện:

B1: Chia lưới.

B2: Viết phương trình cho các điểm biên.

B3: Viết phương trình cho các điểm không biên.

B4: Viết và tính ra được ma trận mô hình A

B5: Giải phương trình dạng: $(A-K^2I).P=0$.

Ta có phương trình sóng trong Hải Dương Học

$$\left(\nabla^2 - \frac{1}{c^2(z)} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \right) P = 0$$

Ta tìm nghiệm dưới dạng (viết trong hệ tọa độ trụ)

$$P(r, z, t) = \sum_{m=1}^{\infty} Q_m(r) P_m(z) e^{i\omega t}$$

Với $Q_m(r)$: là một hàm theo r

$e^{i\omega t}$: là một hàm phụ thuộc vào thời gian t

Qua quá trình tách biến ta được phương trình P có dạng: (1)

$$\rho_0(z) \frac{d}{dz} \left[\frac{1}{\rho_0(z)} \frac{dP_m(z)}{dz} \right] + \left[\frac{\omega^2}{c^2(z)} - K_{H,m}^2 \right] P_m(z) = 0$$

Trong đó: theo xấp xỉ adiabatic cho môi trường phức tạp ta có

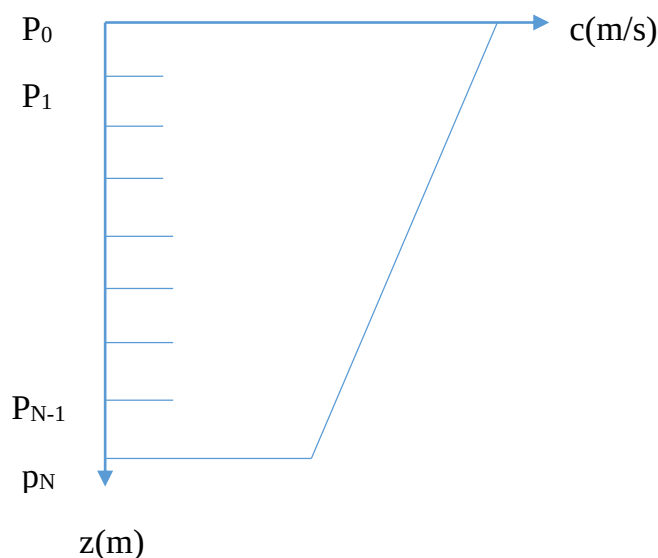
$$K_{H,m} = \int_0^r K'_{H,m} dr = \sum_i^J K_{H,m}^i \Delta r_j$$

Các điều kiện biên:

- Mặt hở: $P(0)=0$
- Đáy cứng: $\frac{dP}{dz}$ tại $z = 0$ thì bằng 0
- Điều kiện liên tục: $\frac{dP}{dz} \big|_{z=H^+} = \frac{dP}{dz} \big|_{z=H^-}$

Do mật độ $\rho_0(z) = 1.02$ là một hằng số nên phương trình (1) tương đương:
(2)

$$\frac{\partial^2 P_m}{\partial z^2} + \left(\frac{\omega^2}{c^2(z)} - K_{H,m}^2 \right) P_m(z) = 0$$



Áp dụng triển khai chuỗi Taylor và phương pháp sai phân hữu hạn ta có:

$$P_{i+1} = P_i + hP'_i + \frac{h^2}{2}P''_i$$

$$P_{i-1} = P_i - hP'_i + \frac{h^2}{2}P''_i$$

$$\Rightarrow P''_i = \frac{(P_{i+1} + P_{i-1} - 2P_i)}{h^2} = \frac{\partial^2 P}{\partial z^2}$$

Từ công thức trên ta thay vào phương trình (2) ta được:

$$\frac{(P_{i+1} + P_{i-1} - 2P_i)}{h^2} + \left(\frac{w^2}{c^2} - K^2 \right) P_i = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{(P_{i+1} + P_{i-1})}{h^2} + \left(\frac{w^2}{c^2} - \frac{2}{h^2} - K^2 \right) P_i = 0 \quad (3)$$

Phương trình (3) chính là phương trình cho các điểm giữa.

Tại đáy: $\frac{dP}{dx} = 0$

Ta sử dụng phương pháp sai phân lùi ta có:

$$\frac{\partial^2 P}{\partial z^2} = \left(\frac{\partial P}{\partial z} \Big|_{z=z_N} - \frac{\partial P}{\partial z} \Big|_{z_{N-1}} \right) / h = \left(- \frac{\partial P}{\partial z} \Big|_{z_{N-1}} \right) / h = 0 \quad (*)$$

Thay (*) vào phương trình (2) ta được phương trình cho điểm tại đáy:

$$- \frac{P_{N-1}}{h} + \left(\frac{w^2}{c^2} - K^2 \right) P_{N-1} = 0$$

Tại mặt (biên hở) $P(0)=0$ nên ta có thể bỏ qua nga hàng đầu tiên của ma trận A.

Từ các các phương trình đã xây dựng ở trên ta thay lần lượt các điểm vào đó và thu được ma trận A.

Viết dưới ma trận $A(K^2)P=0$

$$g_0 \quad A = \begin{bmatrix} d_0 & e_0 & & & & & \\ g_1 & d_1 & e_1 & & & & \\ & g_2 & d_2 & e_2 & & & \\ & & \dots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots \\ & & & \ddots & g_{N-1} & d_{N-1} & e_{N-1} \\ & & & & & g_N & d_N \end{bmatrix} \quad P = \begin{bmatrix} P_1 \\ P_2 \\ P_3 \\ \vdots \\ P_{N-1} \\ P_N \end{bmatrix}$$

e_N

Trong đó

$$d_i = \frac{-2 + h^2(\frac{w^2}{c^2} - K^2)}{h\rho} = \frac{-2 + h^2\frac{w^2}{c^2}}{h\rho} - \frac{K^2}{h\rho}$$

$$e_i = \frac{1}{h\rho}$$

$$g_i = \frac{1}{h\rho}$$

Và đây là ma trận A thu được:

$$A = \begin{bmatrix} 528.765 & 1.000 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1.000 & 528.801 & 1.000 & 0 & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 1.000 & 565.962 & 1.000 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1.000 & 566.001 \end{bmatrix}$$

Ta sử dụng chương trình trong MALAP

```
function fbsong()
close all;
```

```

%dh: khoang cach giua hai nut luoi
%ro: mat do
%f: tan so
%D: do sau(m)
dh=1;
ro=1.02;
f=5500;
D=1000;

%N:so nut luoi
%C:la mot vecto tuyen tinh tu mat xuong day
N=ceil(D/dh);
c=linspace(1500,1450,N);
clf;
z=dh:dh:D;

% giai voi dieu kien bien tren 1
% view(0,-90)
% V la ham rieng
% K la tri rieng
A=make_model(dh,c,f,N);
[V,K]=SolveEigsA(A);
% phan ve
figure(1);
% hinh so1 bieu dien van toc
subplot(1,5,1);
plot(c, dh:dh:D);
view(0,-90);
% hinh so2 bieu dien mode 1
subplot(1,5,2);
plot(V(:,2),dh:dh:D);
view(0,-90)
% hinh so 3 bieu dien mode 2
subplot(1,5,3);
plot(V(:,3),dh:dh:D);
view(0,-90);
% hinh so 4 biieu dien mode 3
subplot(1,5,4);
plot(V(:,4),dh:dh:D);
view(0,-90);
% hinh so 5 bieu dien mode 4
subplot(1,5,5);
plot(V(:,5),dh:dh:D);
view(0,-90);

```

```

hold on

[ K(:)]
% tinh truong song
% 5 mode lon nhat
mode =5;
r = 100:1:1000;
r=r*1e3;
zSource = ceil(D/dh/(5/3));
Pzr=Pressure(K(1:mode),V(:,1:mode),r,zSource);
[zz rr]=meshgrid(z,r);
%phan ve
figure(2);
% buc tranh truong song
surface(rr,zz,abs(Pzr'));
view(0,-90);
shading interp
colorbar;

```

```

function A = make_model (adh,c,f,N)
%g:duong cheopu
    g=ones(1,N-1);
    omega=2*pi()*f;
    d=-2+adh.^2.*omega^2./c.^2.*ones(1,N);
    A=diag(d) + diag(g,1) + diag(g,-1);
    A(1,2)=0.5;    % dieu kien bien

```

```

function [V,K]=SolveEigA(A)
    [V,K]=eig(A);
    % chuan hoa vecto V
    dau(V)=V(1,:)/abs(V(1,:));
    dau(V)=diag(dau(V));
    V=V.*dau(V);
    K=diag(K);
    [K, index]=sort(K);
    index=flipud(index);
    K=flipud(K);
    K=sqrt(K);
    %V=fliplr(V);

```

```

function [V,K]=SolveEigsA(A)
    [V,K]=eigs(sparse(A),50,'lm');

```

```

K=diag(K);
K=sqrt(K);
%
function Pzr=Pressure(K,V,r,zSource);
Pzk = V*diag(V(zSource,:));
Pkr = K(:)*reshape(r,1,length(r));
Pkr = exp(i*Pkr)./sqrt(Pkr);
Pzr = Pzk*Pkr *i*exp(i*pi()/4)/sqrt(8*pi);

```

Kết quả thu được:

K (5 giá trị lớn nhất)

23.8280

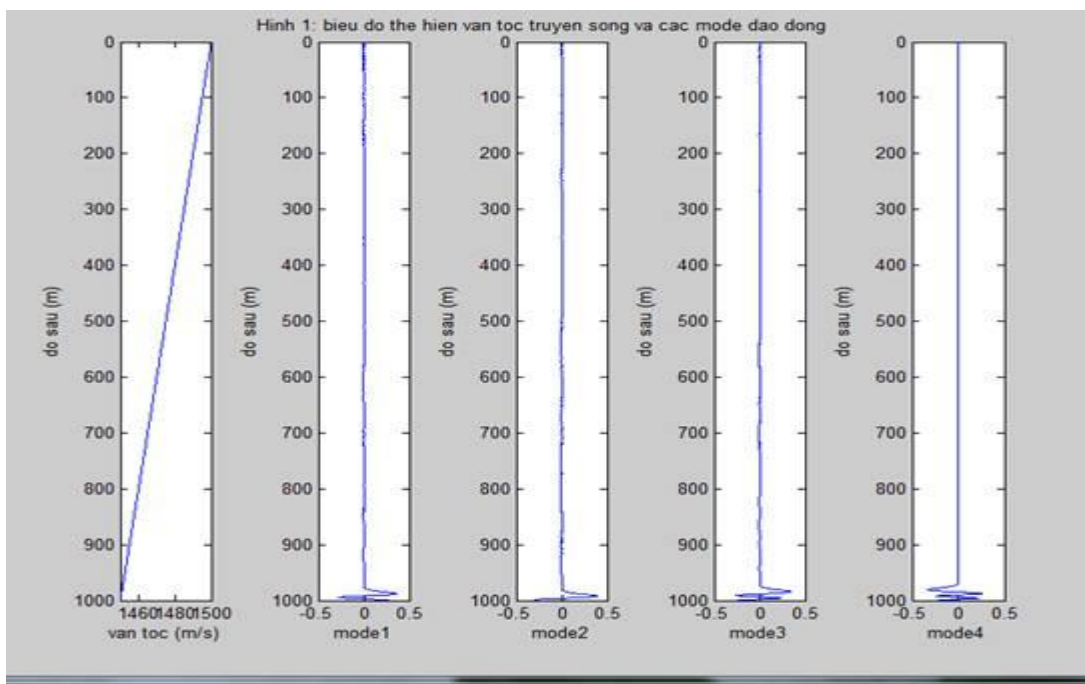
23.8238

23.8204

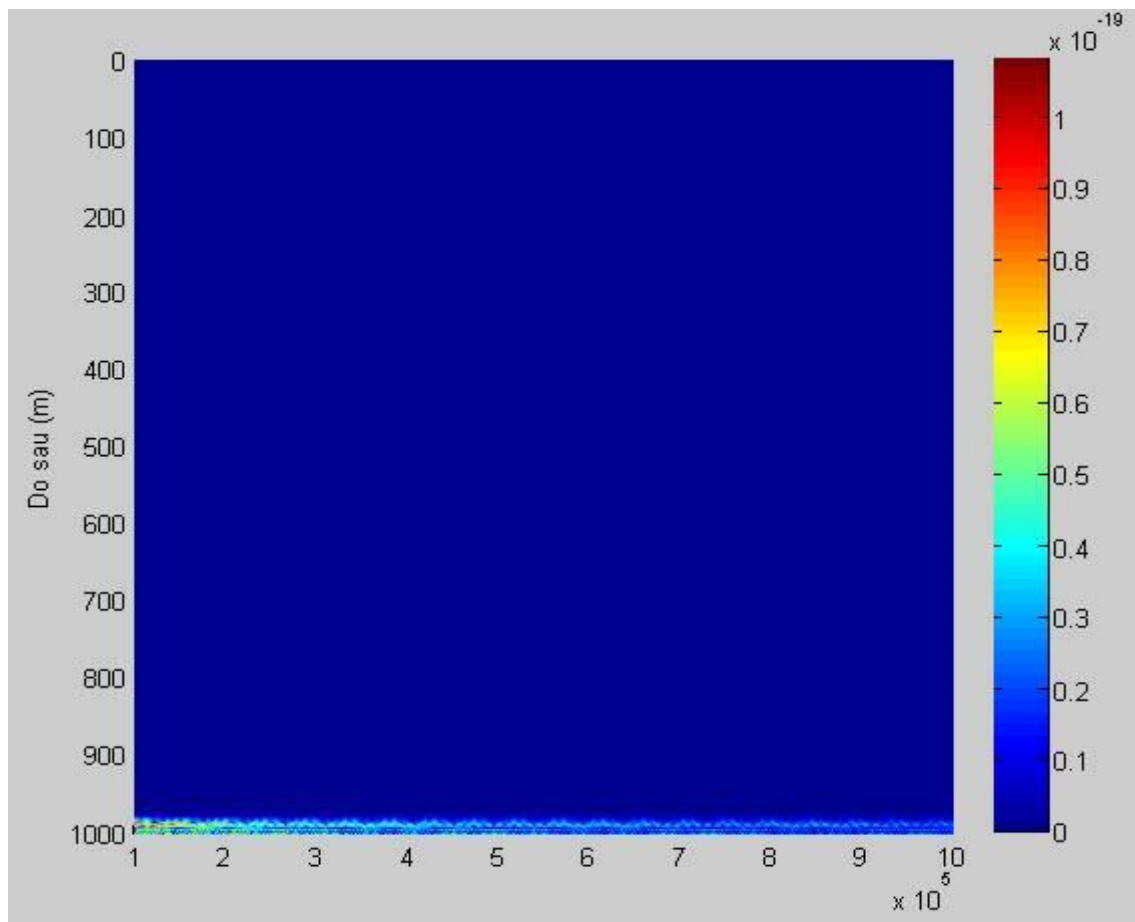
23.8174

23.8147

Phần hình vẽ:



Hình 1: Hình vẽ thể hiện sự biến thiên của vận tốc sóng và các mode dao động.



Hình 2: Bức tranh trường sóng

Nhận xét: Nhìn vào hình vẽ ta thấy: Mật độ năng lượng sóng tập trung chủ yếu tại đáy biển và đại dương.