Họ và tên: Nguyễn Thị Hồng Dương

K57 Hải dương học

 Bài tập: Phương pháp tính trong hải dương học

**Đề bài**

$$\left(∇^{2}-\frac{1}{\left.c^{2}(z\right)}\frac{∂^{2}}{∂t^{2}}\right)p=0$$

Cho pt sóng dạng:

Giải bài toán tìm mode dao động sóng (tìm P trong phương trình P(z))

với c(z) như sau: c(0)=1500, c(1000)=1450 (c là hàm tuyến tính theo độ sâu). mật độ ro = 1.02, tính k và các mode dao động tương ứng với 5 mode lớn nhất (mode dao động là các hàm riêng liên kết với trị riêng k).



* Giải bài toán bằng phương pháp sai phân hữu hạn.

Ta có pt sóng dạng:

$$\left(∇^{2}-\frac{1}{\left.c^{2}(z\right)}\frac{∂^{2}}{∂t^{2}}\right)p=0$$

Nhìn vào hình vẽ trên : âm được truyền đi không liên tục mà bị đứt đoạn tại nơi mà phân cách hai môi trường khác nhau.

Pt sóng âm có dạng:



Trong đó P(r,z,t) là áp suất âm thanh phụ thuộc vào r, z, t. s(t) là điểm nguồn. *p*(z) là mật độ, c(z) tốc độ.

Giả sử



s(t) =**e-iwt(2.3)**

p(r,z,t)=p(r,z)e-iwt**(2.4)**

phương trình sóng trở thành:



Với:



Ta được:



Hai thành phần trong dấu ngoặc vuông lần lượt là hàm của r và z. Do đó cách duy nhất để phương trình thỏa mãn là nếu mỗi thành phần bằng một hằng số (k2) được nhận từ phương trình



Khi các mode trực giao :



Giả sử các mode được chia theo bậc ta có:



Với điều này thì ta được:



P(r,z,t)$=\sum\_{m=1}^{\infty }Rm\left(r\right)Zm\left(z\right)e$iwt

Từ (2.7) ta có:

$$\frac{d^{2}P\_{m}\left(z\right)}{dz^{2}}+\left[\frac{ω^{2}}{c^{2}\left(z\right)}-k\_{H,m}^{2}\right]P\_{m}\left(z\right)=0$$

Triển khai dãy Taylor của P:

$$P\_{j+1}=P\_{j}+P\_{j}^{'}h+P\_{j}^{''}\frac{h^{2}}{2!}++P\_{j}^{\left(3\right)}\frac{h^{3}}{3!}+...$$

Loại bỏ các vô cùng bé bậc cao ta có:

$$\left.P\_{j}^{'}=\frac{P\_{j+1}-P\_{j}}{h}-P\_{j}^{''}\frac{h}{2}+O(h^{2}\right)$$

Tương tự ta có: Pj’= ((Pj-Pj-1)/h) =Pj’’$\frac{h}{2}$+O(h2)

Cuốicùng: ( (Pj’’=Pj-1-2Pj+Pj+1)/h2)+O(h2)

Viết lại phương trình P’’thu được ở trên:

Pj-1+(-2+h2(w2/c2j  -k2))Pj+Pj+1=0

Viết dưới dạng ma trận A(k2)P=0 hay (B-Ik2)P=0

$$P=\left[\begin{matrix}P\_{1}\\P\_{2}\\P\_{3}\\.....\\P\_{N-2}\\P\_{N-1}\\P\_{N}\end{matrix}\right]$$

$$A=\left[\begin{matrix}d\_{0}&e\_{0}&&&&&\\g\_{1}&d\_{1}&e\_{1}&&&&\\&g\_{2}&d\_{2}&e\_{2}&&&\\&&...&...&...&&\\&&&g\_{N-2}&d\_{N-2}&e\_{N-2}&\\&&&&g\_{N-1}&d\_{N-1}&g\_{N-1}\\&&&&&g\_{N}&d\_{N}\end{matrix}\right]$$

$$g\_{0}$$

$$e\_{N}$$

$$d\_{i}=\frac{-2+h^{2}\left(\frac{ω^{2}}{c^{2}}-k^{2}\right)}{hρ}=\frac{-2+h^{2}\frac{ω^{2}}{c^{2}}}{hρ}-\frac{k^{2}}{hρ}$$

Nghiệm N là vector riêng v tương ứng với mỗi giá trị riêng k.

**Chương trình tính**

function song()

closeall;

dh=.1;

%dhlàbướcnhảy

ro=1.02;

%ro :mậtđộ

 f=5500;

 D=100;

% so nut luoi la N

 N=ceil(D/dh);

 c=linspace(1500,1450,N);

%c hàmtuyếntínhtheođộsâu

clf;

 z=dh:dh:D;

% giaivoidieukienbientren 1

%

 A=make\_model(dh,c,f,N);

 [V,K]=SolveEigsA(A);

% phanve

figure(1);

subplot(1,4,1);

title(‘do thinangluong song’);

xlabel(‘toc do truyen song’);

ylabel(‘do sau’);

 plot(V(:,1:5),dh:dh:D);

subplot(1,4,4);

 plot(V(:,1)\*V(1,1)/abs(V(1,1)),z,'r');

holdon;

view(0,-90);

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

 A=make\_model\_1(dh,c,f,N);

 [V,K1]=SolveEigsA(A);

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

% phanve

subplot(1,4,2);

 plot(V(:,1:5),dh:dh:D);

subplot(1,4,4);

 plot(V(:,1)\*V(1,1)/abs(V(1,1)),z,'g');

holdon;

view(0,-90);

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

A=make\_model\_2(dh,c,f,N);

[V,K2]=SolveEigsA(A);

subplot(1,4,3);

plot(V(:,1:5),(dh:dh:D));

subplot(1,4,4);

plot(V(:,1)\*V(1,1)/abs(V(1,1)),z,'b');

holdon;

[ K(:) K1(:) K2(:)]

% tinhtruong song

mode =5;

r = 100:1:1000;

%vi du Columns 1 through 10

 %

 100000 101000 102000 103000 104000 105000 % 106000 107000 108000 109000

r=r\*1e3;

% P= P tainguonphantich

zSource = ceil(D/dh/(5/3));

Pzr=Pressure(K(1:mode),V(:,1:mode),r,zSource);

[zzrr]=meshgrid(z,r);

figure(2);

surface(rr,zz,abs(Pzr'));

shadinginterp;

colorbar;

function A = make\_model (adh,c,f,N)

 g=ones(1,N-1);

omega=2\*pi()\*f;

d=-2+adh.^2.\*omega^2./c.^2.\*ones(1,N);

A=diag(d) + diag(g,1) + diag(g,-1);

function A = make\_model\_1 (dh,c,f,N)

 g=ones(1,N-1);

omega=2\*pi()\*f;

d=-2+dh.^2.\*omega^2./c.^2.\*ones(1,N);

A=diag(d) + diag(g,1) + diag(g,-1);

A(1,2)=0;

function A = make\_model\_2 (dh,c,f,N)

 g=ones(1,N-1);

omega=2\*pi()\*f;

d=-2+dh.^2.\*omega^2./c.^2.\*ones(1,N);

A=diag(d) + diag(g,1) + diag(g,-1);

A(1,2)=0.5;

function [V,K]=SolveEigA(A)

[V,K]=eig(A);

K=diag(K);

[K, index]=sort(K);

index=flipud(index);

K=flipud(K);

K=sqrt(K);

%V=fliplr(V);

function [V,K]=SolveEigsA(A)

[V,K]=eigs(sparse(A),50,'lm');

K=diag(K);

K=sqrt(K);

%

functionPzr=Pressure(K,V,r,zSource);

Pzk = V\*diag(V(zSource,:));

Pkr = K(:)\*reshape(r,1,length(r));

Pkr = exp(i\*Pkr)./sqrt(Pkr);

Pzr = Pzk\*Pkr \*i\*exp(i\*pi()/4)/sqrt(8\*pi);

**Kết quả:**

**Giá trị riêng k:**

|  |  |
| --- | --- |
| 1 | 2.3807  |
| 2 | 2.3788 |
| 3 | 2.3372 |
| 4 | 2.3757 |
| 5 | 2.3744 |

**Đồ thị:**

****

.