Họ và tên :Phùng Quốc Trung

Mã sinh viên : 12000986

Lớp : K57HDH

BÀI TẬP HẾT MÔN

MÔN HỌC : PHƯƠNG PHÁP SỐ TRONG HẢI DƯƠNG HỌC

**Đề bài**: Cho phương trình sóng

$$\left(∇^{2}- \frac{1}{c^{2}\left(z\right)}\frac{∂^{2}}{∂t^{2}}\right)P=0$$

Giả bài toán tìm mode dao động sóng ( tìm P trong pt P(t)

Với c(z) : C(0)=1500 c= hàm tuyến tính theo độ sâu

 C(1000)=1450

Với mật độ r­0 =1.02. Tính K và các mode dao động tương ứng với 5 mode lớn nhất.

**Bài làm:**

Phương trình truyền sóng có dạng:

$$\left(∇^{2}- \frac{1}{c^{2}\left(z\right)}\frac{∂^{2}}{∂t^{2}}\right)p=0$$

Giải phương trình trên ta đi tìm nghiệm p với $p=p(r,z,t)$ là hàm của độ sâu z, phạm vi r, thời gian t.

Sử dụng phương pháp phân tách biến ta đưa hàm $p\left(r,z,t\right)$ về dạng $p\left(r,z,t\right)=p\left(r,z\right).s(t)$với s(t)là hàm phụ của thời gian có dạng:

 $s\left(t\right)=e^{-iωt}$ (với ω$=2πf)$

Khi đó nghiệm của phương trình có dạng:

 $p\left(r,z,t\right)=p\left(r,z\right)e^{-iωt}$

Biến đổi phương trình sóng về dạng phương trìnhHelmholtz :

$$\frac{1}{r}\frac{∂}{∂r}\left(r\frac{∂p}{∂r}\right)+ ρ\left(z\right)\frac{∂}{∂z}\left(\frac{1}{ρ\left(z\right)}\frac{∂p}{∂r}\right)+\frac{ω^{2}}{c^{2}(z)}p=\frac{-δ\left(z-z\_{δ}\right)δ(r)}{2ωr}$$

Sử dụng kỹ thuật tách biến ta đưa phương trình trên về dạng $p\left(r,z\right)=P\left(z\right)$.Q(r) chúng ta có:

$$\left[\frac{1}{r}\frac{∂}{∂r}\left(r\frac{∂Q}{∂r}\right)\right]+ \left[ρ\left(z\right)\frac{∂}{∂z}\left(\frac{1}{ρ\left(z\right)}\frac{∂P}{∂z}\right)+\frac{ω^{2}}{c^{2}(z)}\right]=0$$

Hai thành phầntrong ngoặcvuôngứng với hàm riêng củarvàztương ứng. Vì vậy, cách duy nhất để phương trình có thể thỏa mãnlànếumỗi thành phầnlàmột hằng số. Với hằng số$K^{2}$ phương trình đã cho có dạng:

$$ρ\left(z\right)\frac{d}{dz}\left(\frac{1}{ρ\left(z\right)}\frac{∂P(z)}{∂z}\right)+\left(\frac{ω^{2}}{c^{2}\left(z\right)}-k^{2}\right)P(z)=0$$

Với điều kiện trong môi trường ta đang xét có mật độ không thay đổi $=constant$, vận tốc c(z) là hàm tuyến tính theo độ sâu và với các điều kiện biên:

 Mặt hở : P(0)=0

 Đáy cứng: $\frac{∂P}{∂z}=0$

 Điều kiện liên tục: $\left.\frac{∂P}{∂z}\right|\_{z=H^{+}}=\left.\frac{∂P}{∂z}\right|\_{z=H^{-}}$

Phương trình cho P có dạng :



Để tìm nghiệm của phương trình ta chia sẽ chia lưới từ mặt tới đáy thành N điểm, áp dụng công thức sai phân để đưa phương trình đã cho về dạng (A-K2I)P=0:

Xét tại các điểm không nằm trên biên: Z= Z2 , Z3…ZD-1



Ta có kết quả tương tự tại các điểm Z=Z3,Z4,..............,ZD-1

Xét điểm Z0 tại biên trên mặt: P(Z0)=0







Xét điểm tại biên đáy Z=ZD:





Ta có kết quả



..........................................................................................................



A= 

K=$\left[\begin{matrix}K\_{1}^{2}h^{2}\\K\_{2}^{2}h^{2}\\\begin{matrix}…\\K\_{D-1}^{2}h^{2}\\K\_{D}^{2}h^{2}\end{matrix}\end{matrix}\right]$P=$\left[\begin{matrix}P\_{1}\\P\_{2}\\\begin{matrix}…\\P\_{D-1}\\P\_{D}\end{matrix}\end{matrix}\right]$

Nghiệm là N véc tơ v tương ứng với giá trị riêng K.

**Áp dụng giải bài toán với các điều kiện:**

 Mặt biển phẳng, sâu 100m.

 Vận tốc truyền âm là hàm tuyến tính theo độ sâu với giá trị vận tốc tại bề mặt là c(0)= 1500 m/s, tại đáy là c(D)=1450 m/s.

Mật độ ρ = 1.02.

Tần số f= 5500(Hz).

Đáy cứng.

Ta sẽ đi tính trường sóng của nguồn phát ở độ sâu 70m.

**Cách giải:**

Ta chia độ sâu thành 1000 điểm nút khoảng cách các điểm nút là 0.1 m.

Bài giải trên MATLAB :

functionftsong()

 close all;

 dh=.1;

 ρ =1.02;

 f=5500;

 D=100;

 c=1500;

 N=ceil(D/dh); % N la so nut luoi

 c=linspace(1500,1450,N); % tao mot vector co gia tri ngaunhien dc gh

 clf;

 z=dh:dh:D;

% dieukienbientren

 figure(1);

 A=make\_model(dh,c,f,N);

 [V,K]=SolveEigsA(A);

% phanve

 subplot(1,4,1); % taocactructrong mot phancuacua so do hoa so hang va so cot duoc chia sau do chon vung de ve

 plot(V(:,1:5),z); % (hinhthu 1)ve do thituyentinhtrongkhonggian 2 chieu, vegia tri x theogia tri y

 subplot(1,4,4);

 plot(V(:,1)\*V(10,1)/abs(V(10,1)),z,' r ');

 holdon;

%view(0,-90);

 A=make\_model\_1(dh,c,f,N);

 [V,K1]=SolveEigsA(A);

% phanve

 subplot(1,4,2);

 plot(V(:,1:5),z);

 subplot(1,4,4);

 plot(V(:,1)\*V(10,1)/abs(V(10,1)),z,'r-\*');

 holdon;

%view(0,-90);

 A=make\_model\_2(dh,c,f,N);

 [V,K2]=SolveEigsA(A);

 subplot(1,4,3);

 plot(V(:,1:5),z);

 subplot(1,4,4);

 plot(V(:,1)\*V(10,1)/abs(V(10,1)),z,'g');

holdon;

 [ K(:) K1(:) K2(:)]

% tinhtruong song

 mode =5;

 r = 100:1:1000;

 r=r\*1e3;

% P= P tainguon

 zSource = ceil(D/dh/(10/6));

 Pzr=Pressure(K(1:mode),V(:,1:mode),r,zSource);

 [zzrr]=meshgrid(z,r);

 figure(2);

 surface(rr,zz,abs(Pzr'));

 shadinginterp;

 colorbar;

function A = make\_model (adh,c,f,N)

 g=ones(1,N-1);

 omega=2\*pi()\*f;

 d=-2+adh.^2.\*omega^2./c.^2.\*ones(1,N);

 A=diag(d) + diag(g,1) + diag(g,-1);

function A = make\_model\_1 (dh,c,f,N)

 g=ones(1,N-1);

 omega=2\*pi()\*f;

 d=-2+dh.^2.\*omega^2./c.^2.\*ones(1,N);

 A=diag(d) + diag(g,1) + diag(g,-1);

 A(1,2)=0;

function A = make\_model\_2 (dh,c,f,N)

 g=ones(1,N-1);

 omega=2\*pi()\*f;

 d=-2+dh.^2.\*omega^2./c.^2.\*ones(1,N);

 A=diag(d) + diag(g,1) + diag(g,-1);

 A(1,2)=0.5;

function [V,K]=SolveEigA(A)

 [V,K]=eig(A)

 K=diag(K);

 [K, index]=sort(K);

 index=flipud(index); % dao hang tutrenxuongduoi

 K=flipud(K);

 K=sqrt(K);

%V=fliplr(V);

function [V,K]=SolveEigsA(A)

 [V,K]=eigs(sparse(A),50,'lm')

 K=diag(K);

 K=sqrt(K);

Function Pzr=Pressure(K,V,r,zSource);

 Pzk = V\*diag(V(zSource,:));

 Pkr = K(:)\*reshape(r,1,length(r));

 Pkr = exp(i\*Pkr)./sqrt(Pkr);

 Pzr = Pzk\*Pkr \*i\*exp(i\*pi()/4)/sqrt(8\*pi);

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | K | K1 | K2 |
| 1 | 2.3807 | 2.3807 | 2.3807 |
| 2 | 2.3788 | 2.3772 | 2.3788 |
| 3 | 2.3772 | 2.3788 | 2.3772 |
| 4 | 2.3757 | 2.3757 | 2.3757 |
| 5 | 2.3744 | 2.3744 | 2.3744 |
| 6 | 2.3732 | 2.3732 | 2.3732 |
| 7 | 2.3721 | 2.3721 | 2.3710 |
| 8 | 2.3710 | 2.3710 | 2.3721 |
| 9 | 2.3700 | 2.3700 | 2.3700 |
| 10 | 2.3690 | 2.3690 | 2.3690 |
| 11 | 2.3680 | 2.3680 | 2.3680 |
| 12 | 2.3671 | 2.3662 | 2.3671 |
| 13 | 2.3662 | 2.3671 | 2.3662 |
| 14 | 2.3653 | 2.3653 | 2.3653 |
| 15 | 2.3644 | 2.3644 | 2.3644 |
| 16 | 2.3636 | 2.3636 | 2.3636 |
| 17 | 2.3628 | 2.3628 | 2.3628 |
| 18 | 2.3620 | 2.3612 | 2.3620 |
| 19 | 2.3612 | 2.3620 | 2.3612 |
| 20 | 2.3604 | 2.3604 | 2.3604 |
| 21 | 2.3596 | 2.3596 | 2.3589 |
| 22 | 2.3589 | 2.3589 | 2.3596 |
| 23 | 2.3581 | 2.3581 | 2.3581 |
| 24 | 2.3574 | 2.3574 | 2.3574 |
| 25 | 2.3567 | 2.3567 | 2.3567 |
| 26 | 2.3560 | 2.3560 | 2.3560 |
| 27 | 2.3553 | 2.3553 | 2.3553 |
| 28 | 2.3546 | 2.3546 | 2.3546 |
| 29 | 2.3539 | 2.3539 | 2.3539 |
| 30 | 2.3532 | 2.3532 | 2.3532 |
| 31 | 2.3525 | 2.3525 | 2.3525 |
| 32 | 2.3519 | 2.3519 | 2.3519 |
| 33 | 2.3512 | 2.3512 | 2.3512 |
| 34 | 2.3506 | 2.3506 | 2.3506 |
| 35 | 2.3499 | 2.3499 | 2.3499 |
| 36 | 2.3493 | 2.3493 | 2.3493 |
| 37 | 2.3487 | 2.3487 | 2.3487 |
| 38 | 2.3481 | 2.3481 | 2.3481 |
| 39 | 2.3474 | 2.3474 | 2.3474 |
| 40 | 2.3468 | 2.3468 | 2.3468 |
| 41 | 2.3462 | 2.3462 | 2.3462 |
| 42 | 2.3456 | 2.3456 | 2.3456 |
| 43 | 2.3450 | 2.3450 | 2.3450 |
| 44 | 2.3444 | 2.3444 | 2.3444 |
| 45 | 2.3439 | 2.3439 | 2.3439 |
| 46 | 2.3433 | 2.3433 | 2.3433 |
| 47 | 2.3427 | 2.3427 | 2.3427 |
| 48 | 2.3421 | 2.3421 | 2.3421 |
| 49 | 2.3416 | 2.3416 | 2.3416 |
| 50 | 2.3410 | 2.3410 | 2.3410 |