

Lời giải đề thi môn Phương pháp tính  
 Học kỳ 1, mã môn HMO2201  
 Số tín chỉ: 3, Thời gian làm bài 60 phút

## Đề số 1

### Câu 1: (5 điểm)

Tìm nghiệm lớn nhất của phương trình với sai số  $10^{-5}$ :

$$y = \ln(x) + x^2 - 2$$

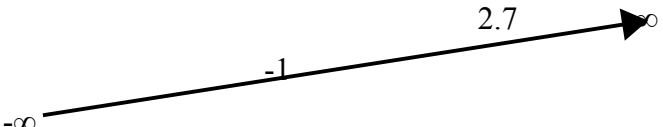
**Giải:**

hàm y không xác định tại  $x=0$ .

$$\frac{dy}{dx} = 2x + \frac{1}{x} \quad (1 \text{ điểm})$$

$$\frac{dy}{dx} > 0 \quad \forall x$$

Bảng biến thiên: (1 điểm)

| x  |   | 0 | 1                                                                                    | 2 | $\infty$ |
|----|---|---|--------------------------------------------------------------------------------------|---|----------|
| y' | x |   | +                                                                                    | + | +        |
| y  | x |   |  |   |          |
|    | x |   |                                                                                      |   |          |
|    | x |   |                                                                                      |   |          |

**Cách 1):** Sử dụng phương pháp tiếp tuyến (Newton):

| buoc | x0          | f(x0)        | f'(x0)      | f(x0)/f'(x0) | sai so |
|------|-------------|--------------|-------------|--------------|--------|
| 1    | 1           | -1           | 2,999995000 | -0,3333339   | 0,4    |
| 2    | 1,333333889 | 0,06546175   | 3,416665069 | 0,01915955   | 0,02   |
| 3    | 1,314174344 | 0,000262799  | 3,389282871 | 7,753822e-05 | 8e-05  |
| 4    | 1,314096806 | 4,282195e-09 | 3,389172467 | 1,263493e-09 | 2e-09  |

Nghiệm là:  $1,314096804 \pm 2e-09$

**Cách 2:** sử dụng phương pháp dây cung:

| buoc | a         | x         | b         | f(a)       | f(x)        | f(b)      | ss     |
|------|-----------|-----------|-----------|------------|-------------|-----------|--------|
| 1    | 1         | 1,2707718 | 2,0000000 | -1         | -0,14551    | 2,6931472 | 0,3    |
| 2    | 1,2707718 | 1,3081533 | 2,0000000 | -0,14551   | -0,020119   | 2,6931472 | 0,04   |
| 3    | 1,3081533 | 1,3132832 | 2,0000000 | -0,020119  | -0,0027568  | 2,6931472 | 0,006  |
| 4    | 1,3132832 | 1,3139855 | 2,0000000 | -0,0027568 | -0,00037729 | 2,6931472 | 0,0008 |

|   |           |           |           |             |             |           |        |
|---|-----------|-----------|-----------|-------------|-------------|-----------|--------|
| 5 | 1,3139855 | 1,3140816 | 2,0000000 | -0,00037729 | -5,1626e-05 | 2,6931472 | 0,0001 |
| 6 | 1,3140816 | 1,3140947 | 2,0000000 | -5,1626e-05 | -7,064e-06  | 2,6931472 | 2e-05  |
| 7 | 1,3140947 | 1,3140965 | 2,0000000 | -7,064e-06  | -9,6657e-07 | 2,6931472 | 2e-06  |

Nghiem la:  $1,314097 \pm 2e-06$

### Cách 3) Sử dụng phương pháp chia đôi:

| buoc | dau       | giua      | cuoi      | f(dau)      | f(giua)     | sai so     |
|------|-----------|-----------|-----------|-------------|-------------|------------|
| 1    | 1         | 1,5000000 | 2,0000000 | -1          | 0,65547     | 0,5        |
| 2    | 1         | 1,2500000 | 1,5000000 | -1          | -0,21436    | 0,25       |
| 3    | 1,2500000 | 1,3750000 | 1,5000000 | -0,21436    | 0,20908     | 0,125      |
| 4    | 1,2500000 | 1,3125000 | 1,3750000 | -0,21436    | -0,00541    | 0,0625     |
| 5    | 1,3125000 | 1,3437500 | 1,3750000 | -0,00541    | 0,10113     | 0,03125    |
| 6    | 1,3125000 | 1,3281250 | 1,3437500 | -0,00541    | 0,047684    | 0,015625   |
| 7    | 1,3125000 | 1,3203125 | 1,3281250 | -0,00541    | 0,021094    | 0,0078125  |
| 8    | 1,3125000 | 1,3164062 | 1,3203125 | -0,00541    | 0,0078309   | 0,0039062  |
| 9    | 1,3125000 | 1,3144531 | 1,3164062 | -0,00541    | 0,0012077   | 0,0019531  |
| 10   | 1,3125000 | 1,3134766 | 1,3144531 | -0,00541    | -0,0021018  | 0,00097656 |
| 11   | 1,3134766 | 1,3139648 | 1,3144531 | -0,0021018  | -0,00044722 | 0,00048828 |
| 12   | 1,3139648 | 1,3142090 | 1,3144531 | -0,00044722 | 0,00038021  | 0,00024414 |
| 13   | 1,3139648 | 1,3140869 | 1,3142090 | -0,00044722 | -3,352e-05  | 0,00012207 |
| 14   | 1,3140869 | 1,3141479 | 1,3142090 | -3,352e-05  | 0,00017334  | 6,1035e-05 |
| 15   | 1,3140869 | 1,3141174 | 1,3141479 | -3,352e-05  | 6,991e-05   | 3,0518e-05 |
| 16   | 1,3140869 | 1,3141022 | 1,3141174 | -3,352e-05  | 1,8195e-05  | 1,5259e-05 |
| 16   | 1,3140869 | 1,3140945 | 1,3141022 | ---         | ---         | 7,6294e-06 |

Nghiem la:  $1,314095 \pm 0,000008$

**Câu 2: (5 Điểm)**

Tính giá trị tại các điểm (1:0.1:2) của hàm y sau bằng phương pháp Runge-Kurta bậc 2:

$$\frac{dy}{dx} = x + x \cos(x) + \frac{2}{x} + \frac{y}{x}$$

$$\text{Cho: } y|_{x=1} = -0.16$$

**Giải:**

Phương pháp Runge-Kurta bậc 2:

$$k_1 = f(x_0, y_0)$$

$$\text{có: } k_2 = f(x_0 + h, y_0 + h k_1)$$

$$y_1 = y_0 + h \frac{(k_1 + k_2)}{2}$$

Ta có bảng sau:

| -----   |     |             |                    |                   |  |
|---------|-----|-------------|--------------------|-------------------|--|
| x0      | h   | k1=f(x0,y0) | k2=f(x0+h,y0+h*k1) | y1=y0+h*(k1+k2)/2 |  |
| -----   |     |             |                    |                   |  |
| 1,00000 | 0,1 | 3,38177     | 3,58045            | 0,18958           |  |
| 1,10000 | 0,1 | 3,58949     | 3,75861            | 0,55699           |  |
| 1,20000 | 0,1 | 3,76565     | 3,90433            | 0,94049           |  |
| 1,30000 | 0,1 | 3,90966     | 4,01756            | 1,33685           |  |
| 1,40000 | 0,1 | 4,02142     | 4,09876            | 1,74286           |  |
| 1,50000 | 0,1 | 4,10134     | 4,14890            | 2,15537           |  |
| 1,60000 | 0,1 | 4,15039     | 4,16944            | 2,57136           |  |
| 1,70000 | 0,1 | 4,17000     | 4,16235            | 2,98798           |  |
| 1,80000 | 0,1 | 4,16213     | 4,13006            | 3,40259           |  |
| 1,90000 | 0,1 | 4,12922     | 4,07546            | 3,81282           |  |

Theo bảng này có 10 hàng, mỗi hàng 0.5 điểm, tổng cộng 5 điểm.

Lời giải đề thi môn Phương pháp tính  
 Học kỳ 1, mã môn HMO2201  
 Số tín chỉ: 3, Thời gian làm bài 60 phút

## Đề số 2

### Câu 1: (5 điểm)

Tìm nghiệm của phương trình sau với sai số  $10^{-5}$ :

$$y = 3x + \sin(x) - 1$$

**Giải:**

$$\frac{dy}{dx} = \cos(x) + 3$$

(1 điểm)

$$\frac{dy}{dx} > 0 \text{ với mọi } x$$

Bảng biến thiên: (1 điểm)

|    |           |    |   |          |
|----|-----------|----|---|----------|
| x  | $-\infty$ | 0  | 1 | $\infty$ |
| y' | +         |    |   |          |
| y  | $-\infty$ | -1 | 3 | $\infty$ |



Sử dụng một trong 3 cách sau.

**Cách 1):** Sử dụng phương pháp tiếp tuyến (Newton):

| buoc | x0        | f(x0)         | f'(x0)      | f(x0)/f'(x0)  | sai so |
|------|-----------|---------------|-------------|---------------|--------|
| 1    | 0         | -1            | 4,000000000 | -0,25         | 0,3    |
| 2    | 0,25      | -0,002596041  | 3,968912731 | -0,0006540937 | 0,0007 |
| 3    | 0,2506541 | -5,317199e-08 | 3,968750392 | -1,339766e-08 | 2e-08  |

Nghiệm là:  $0,25065411 \pm 2e-08$

**Cách 2:** sử dụng phương pháp dây cung:

| buoc | a | x       | b       | f(a) | f(x)       | f(b)       | ss    |
|------|---|---------|---------|------|------------|------------|-------|
| 1    | 0 | 0,26032 | 1       | -1   | 0,038338   | 2,8414710  | 0,3   |
| 2    | 0 | 0,25071 | 0,26032 | -1   | 0,00020389 | 0,038338   | 0,01  |
| 3    | 0 | 0,25065 | 0,25071 | -1   | 1,0637e-06 | 0,00020389 | 6e-05 |
| 4    | 0 | 0,25065 | 0,25065 | -1   | 5,5487e-09 | 1,0637e-06 | 3e-07 |

Nghiệm là:  $0,2506541 \pm 3e-07$

**Cách 3) Sử dụng phương pháp chia đôi:**

| buoc | dau     | giua    | cuoi    | f(dau)      | f(giua)     | sai so     |
|------|---------|---------|---------|-------------|-------------|------------|
| 1    | 0       | 0,5     | 1       | -1          | 0,97943     | 0,5        |
| 2    | 0       | 0,25    | 0,5     | -1          | -0,002596   | 0,25       |
| 3    | 0,25    | 0,375   | 0,5     | -0,002596   | 0,49127     | 0,125      |
| 4    | 0,25    | 0,3125  | 0,375   | -0,002596   | 0,24494     | 0,0625     |
| 5    | 0,25    | 0,28125 | 0,3125  | -0,002596   | 0,12131     | 0,03125    |
| 6    | 0,25    | 0,26562 | 0,28125 | -0,002596   | 0,059387    | 0,015625   |
| 7    | 0,25    | 0,25781 | 0,26562 | -0,002596   | 0,028403    | 0,0078125  |
| 8    | 0,25    | 0,25391 | 0,25781 | -0,002596   | 0,012906    | 0,0039062  |
| 9    | 0,25    | 0,25195 | 0,25391 | -0,002596   | 0,0051553   | 0,0019531  |
| 10   | 0,25    | 0,25098 | 0,25195 | -0,002596   | 0,0012797   | 0,00097656 |
| 11   | 0,25    | 0,25049 | 0,25098 | -0,002596   | -0,00065812 | 0,00048828 |
| 12   | 0,25049 | 0,25073 | 0,25098 | -0,00065812 | 0,00031081  | 0,00024414 |
| 13   | 0,25049 | 0,25061 | 0,25073 | -0,00065812 | -0,00017365 | 0,00012207 |
| 14   | 0,25061 | 0,25067 | 0,25073 | -0,00017365 | 6,8579e-05  | 6,1035e-05 |
| 15   | 0,25061 | 0,25064 | 0,25067 | -0,00017365 | -5,2538e-05 | 3,0518e-05 |
| 16   | 0,25064 | 0,25066 | 0,25067 | -5,2538e-05 | 8,0202e-06  | 1,5259e-05 |
| 16   | 0,25064 | 0,25065 | 0,25066 | ---         | ---         | 7,6294e-06 |

Nghiệm là:  $0,250648 \pm 0,000008$

**Câu 2: (5 điểm)**

Phương pháp điểm giữa:

$$k_1 = f(x_0, y_0)$$

có:  $k_2 = f(x_0 + \frac{h}{2}, y_0 + \frac{h}{2} k_1)$  (1 điểm)

$$y_1 = y_0 + h k_2$$

Ta có bảng sau:

| x0      | h   | k1=f(x0,y0) | k2=f(x0+h/2,y0+h/2*k1) | y1=y0+h*k2 |
|---------|-----|-------------|------------------------|------------|
| 1,00000 | 0,1 | 1,00000     | 0,95353                | 1,09535    |
| 1,10000 | 0,1 | 0,90913     | 0,87048                | 1,18240    |
| 1,20000 | 0,1 | 0,83340     | 0,80074                | 1,26248    |
| 1,30000 | 0,1 | 0,76932     | 0,74136                | 1,33661    |
| 1,40000 | 0,1 | 0,71438     | 0,69018                | 1,40563    |
| 1,50000 | 0,1 | 0,66678     | 0,64562                | 1,47019    |
| 1,60000 | 0,1 | 0,62512     | 0,60647                | 1,53084    |
| 1,70000 | 0,1 | 0,58836     | 0,57179                | 1,58802    |
| 1,80000 | 0,1 | 0,55568     | 0,54087                | 1,64211    |
| 1,90000 | 0,1 | 0,52645     | 0,51313                | 1,69342    |

Theo bảng này có 10 hàng, mỗi hàng 0.5 điểm, tổng cộng 5 điểm.